



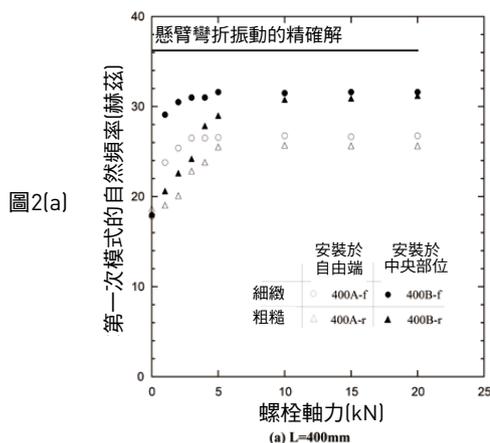
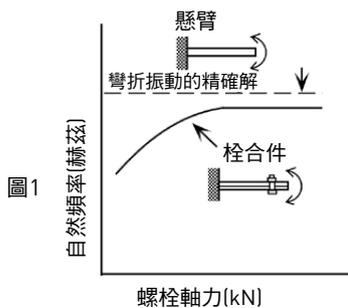
「扣件事務 / 起因 / 方策」連載講座

共振現象與螺栓的斷裂：鎖緊螺栓，顫振現象就會停止？

文 / 福岡俊道

1. 前言

栓合件會發生各種型態的斷裂。栓合件承受著振動荷載，機械結構物會共振，巨大的反覆應力就可能作用到栓合件上，或者螺栓螺帽可能會鬆脫。此時，若用螺栓把處於共振狀態的栓合件鎖緊，共振的現象有可能會停止，這是因為透過提高螺栓的軸力，栓合件的自然振動數增加了。其主因來自兩個現象。其一是在低軸力狀態下原本僅部分接觸的表面已經完全接觸了，使得栓合件的剛性上升。若對應的兩個接觸面互相平行的話，就不會發生這個問題。第二個現象是接觸面剛性的影響。之前我已在惠達雜誌第160期第102頁投稿的第六篇專文「迴轉角法~搭配扭矩法提高精密度」中簡易說明了接觸面的剛性。因此本文的目的是提供建議來避免承受振動荷載的栓合件發生問題，並解說栓合件的共振現象和自然振動數。



2. 螺栓的軸力與自然振動數

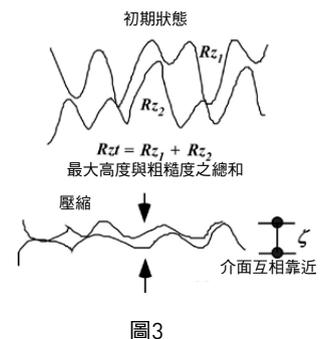
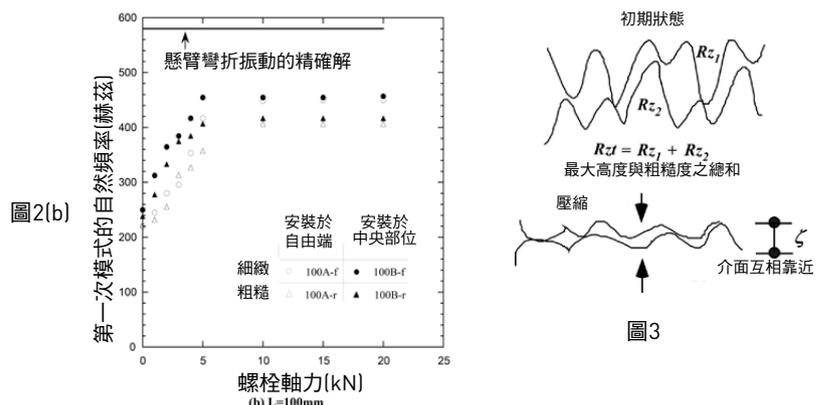
所謂的自然振動數，是使物體自由振動時顯示的振動次數。若外力導致的振動次數與自然振動次數一致，振幅就會加大，這就稱為共振。共振現象對機械結構物來說是一種非常危險的現象。為避免此現象，就必須先了解栓合件自然振動數的基本特性。圖1是栓合件承受彎折荷載並發生震動時，自然振動數與螺栓軸力之間的關係。該圖也畫出了兩個被緊固物以及厚度相同的懸臂樑在第一次模式中的自然振動數。所謂的第一次模式是指樑單純往上與往下變形的振動模式。在第二次模式中就會變成宛如一個正弦曲線週期的變形模式。懸臂樑的自然振動數可透過以下公式計算出來。

$$f = \frac{\lambda_i^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (1)$$

其中 i 是第 i 次模式對應的自然值， L 、 I 、 A 分別是樑的長度、橫切面的慣性力矩與橫切面積。 E 與 ρ 是樑的材料的揚氏係數與密度。以上公式顯見自然振動數 f 在理論上是次數無限的。但從它與外力振動數之間的關係來看，實際的結構物會在達到其中幾個振動次數時發生問題。如圖1所示，栓合件的自然振動數隨著軸力的大小而發生變化。變化的程度是依接觸面的狀態而定，以此圖為例的話，對象就會是兩個被緊固物的介面，以及螺紋表面、螺帽座面、螺栓的頭部座面。尤其被緊固物的介面因為面積較廣所以表面壓力低，一旦提高了軸力，表面的細微凸起就會發生塑性變形，剛性就容易增加。

圖2(a)與(b)將3.5mm厚、30mm寬的兩個板子重疊，並以M12螺栓螺帽緊固時的自然振動數測量結果。圖2(a)的板子長度 L 為400mm；圖2(b)的板子長度 L 為100mm。自然振動數的測量方式是在接近固定部位的板子表面放上量規，透過上下振動時應變力的符號變化之次數來計算出。螺栓的安裝位置有兩種情況，一是在自由端附近(模型A)；二是在板子的中央部位(模型B)。緊固物介面的表面粗糙度也分成較細緻(f)與較粗糙(r)的兩種狀況。根據圖示，不論何種狀況，自然振動數都會隨著軸力的增加而跟著上升，某種程度上來說，螺栓軸力變高就會飽和。此外，比起模型A，整體上模型B的自然振動數變多了。在表面粗糙度方面，表面變粗糙，自然振動數就會傾向變少。

圖中已將公式1算出的7mm厚樑的自然振動數標記上去。該數值可以說是一種理論值，忽略了固定板子之後因為使用了螺栓螺帽而造成的質量增加。透過實驗取得的所有自然振動數都比樑的自然振動理論值還更低，因為螺栓軸力導致的表面壓力發生範圍會被受限在螺栓周邊的介面上。



3. 考量到接觸面剛性的自然振動數解析

若透過數值解析來重現圖2的實驗結果，就能以各種型態的栓合件為對象，去衡量已經考量過螺栓軸力與表面粗糙影響程度的自然振動數。因此有必要透過公式顯示表面粗糙度與接觸面剛性之間的關係。圖3描繪的是稍微誇大的接觸面的表面形狀。若在初期的狀態就承受到壓縮力，表面的微小突起就會塑性變形，兩個相對應的接觸面就會互相靠近。其變形量就稱為接觸面的接近量 ζ ，縱使表面壓力 p 較低，變形量的數值也會很高。如下所示，Ostrovskii提出了接近量 ζ 與表面壓力 p 之間的關係。

$$\zeta = cp^m \quad (2)$$

c 與 m 是透過實驗取得的常數。這些常數都可標示為函式 Rzt ， Rzt 是兩個對應接觸面的最大高度與粗糙度之總和。

$$c = 0.0674R_{zt} + 0.413$$

$$m = 0.0115R_{zt} + 0.155 \quad (3)$$

公式2顯見接近量 ζ 會對表面壓力 p 呈現非線性的變化。這代表接觸面的剛性也會對表面壓力呈現非線性的變化。換句話說，由於螺栓軸力提高時兩個接觸面會彼此靠近，所以接觸面的剛性會上升，但這不會和螺栓的軸力成正比。這也與圖2實驗結果顯示的傾向一致。若以公式2為基礎公式並納入其他研究者的提案，就能把介面上垂直方向與切線方向的接觸面剛性，標示為非線性彈簧常數 k_n 與 k_t 。詳細說明請閱讀參考文獻。

圖4是有限要素模型的一個範例。板子的中央部位變成了介面，使用彈簧常數為 k_n 與 k_t 的彈簧來接合兩個對應的節點。此解析模型並沒有把影響程度低的螺紋表面、螺帽座面與螺栓頭座面納入考量。圖5是板子長度400mm時的解析結果，做為一個例子。為了做比較，該圖已將實驗的結果標示了出來。在解析過程中，若表面粗糙的話則將 Rzt 設為 $30\mu m$ ，若表面細緻的話則將 Rzt 設為 $5\mu m$ 。螺栓軸力範圍較小時，實驗數值與解析數值的差距會稍微變大，但整體上可以說，針對自然振動的解析已取得了足夠的精密度。圖6是板子長度200mm時的解析結果，顯示出與圖5相同的傾向。此外若螺栓軸力趨近於零，自然振動數會接近單一個樑的一半數值。這現象也能在圖5中看到。此結果印證了公式1所示的「自然振動數與樑的高度成正比」。換句話說，軸力若降低，就會接近兩個板子各自的自然振動數。

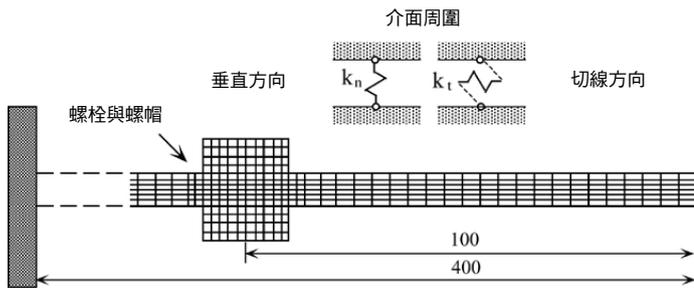


圖4

參考文獻

1. Toshimichi Fukuoka, "Threaded Fasteners for Engineers and Design – Solid Mechanics and Numerical Analysis –", pp. -309-313, Corona Publishing Co., Ltd. (2015)
2. Fukuoka, T., Nomura, M. and Sugano, N., Experimental Investigation and Finite Element Analysis of the Free Vibration Problem of Bolted Joint by Taking Account of Interface Stiffness, Journal of Environment and Engineering (2009), Vol.4, No.1, pp.101-111.

4. 結語

機械結構物上使用了許多螺栓，一般都知道它的自然振動數會隨著螺栓軸力而變化。另一方面，以同一個機械結構物為對象時，一般來說振動問題的解析會比應力解析來得困難，其原因就在於螺栓軸力導致的接觸面剛性發生變化。目前似乎沒有研究報告將焦點放在接觸面剛性與表面粗糙度上。本文從「鎖緊螺栓，顫振的現象就會停止」這種日常生活中經歷的現象做個延伸，解說了引起栓合件發生各種問題的共振現象和自然振動數。下一篇投稿將會解說作用於栓合件的油壓所導致的洩漏問題。

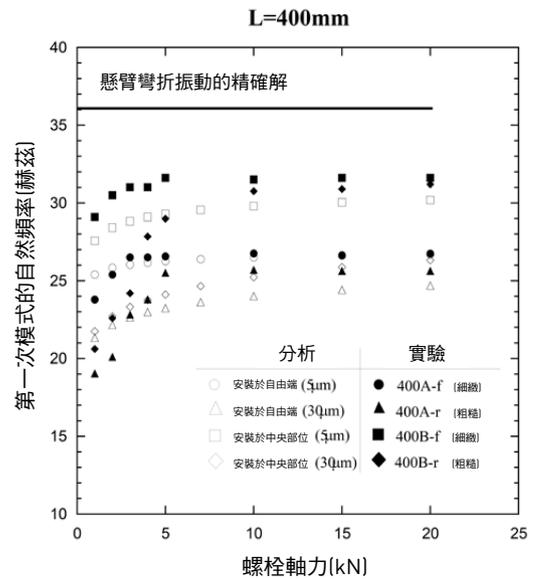


圖5

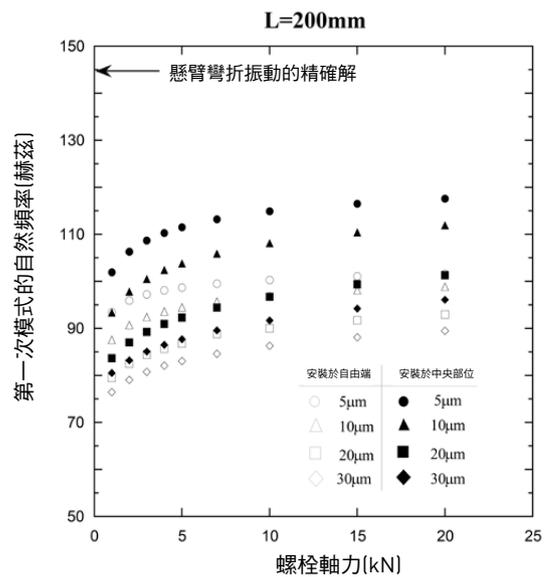


圖6